**EXERCÍCIOS MRLM**

FRANCISCA CÍNTIA DE SOUSA BARROS

Matrícula: 408417

**Exercício 1**: Considere o seguinte MRLM

yi = β0 + β1x1i + β2x2i + ei, i = 1 . . . , n.

em que yi denota o lucro do i-esimo mês (em milhares de reais), x1i e x2i denotam o capital investido e o gasto em publicidade, em milhares de reais, de uma determinada empresa no i-esimo mês. Interprete os parâmetros do modelo de regressão.

yi = Lucrodo i- ésimo mês (milhares de reais).

x1i = O capital investido.

x2i = O gasto em publicidade.

β0 = Lucro médio da empresa em 1 mês que não investiu nada em capital e nem publicidade.

β1 = Taxa de variação do custo médio quando se gasta 1000 a mais do capital investido e o gasto em publicidade constante.

β2 = Taxa de variação do custo médio quando se gasta 1000 a mais no gasto em publicidade quando o capital investido é constante.

**Exercício 2:** Para cada uma das funções de regressão abaixo, pede-se para plotar os gráficos dos hiperplanos e respectivas curvas de níveis associadas, além de interpretar os respectivos gráficos.

i) µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x1

ii) µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x2 + β3x1x2.

iii) µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x2 + β3x12 + β4x22 + β5x1x2.

**Exercício 3:** Mostre que os três modelos acima podem ser expressos como MRLM, i.e., reescreva-os na forma (1) especificando a matriz X e o respectivo vetor de parâmetros β.

µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x1+ βkXik + εi , i = 1, . . . , n

µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x2 + β3x1x2 + βkXik + εi , i = 1, . . . , n

µ(x , β) = β0 + β1x1 + β2x2 + β3x12 + β4x22 + β5x1x2 + βkXik + εi , i = 1, . . . , n

**Exercício 4:** Considere o seguinte MRLM

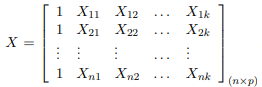
yi = β0 + β1x1i + β2x2i + ei, i = 1, . . . , n.

Considere as suposições adequadas e determine o EMQ de β = (β0, β1, β2)⊤ sem usar a notação.

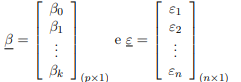
**Exercício 5:** Usando a notação matricial, apresente a interpretação geométrica do método de mínimos quadrados a matricial.

Yi = β0 + β1Xi1 + β2Xi2 + · · · + βkXik + εi , i = 1, . . . , n

Que é um sistema de n equações que pode ser escrito em notação matricial: y = Xβ + ε



onde y =



A partir desse enfoque matricial, o estimador de mínimos quadrados de β é dado por: 

Sendo assim, o modelo de regressão múltipla ajustado que era escrito como



Na forma matricial, o modelo ajustado passa a ser escrito como



onde t é chamada de matriz “hat” (chapéu).

**Interpretação Geométrica do problema de mínimos quadrados**

Seja A uma matriz m × n com m > n. Então A é um mapeamento linear de R n → R m . Im(A) é um subespaço de R m . Todo vetor u ∈ Im(A) pode ser escrito como u = Ax para algum x ∈ Rn. Seja b ∈ R m . Devido a || · ||2 ser a norma Euclidiana, ||b − Ax||2 é distância entre os pontos de b e Ax. Está claro que esta distância é a distância minimal se, e somente se, b − Ax for perpendicular a Im(A) (Figura 3). Neste caso, ||b − Ax||2 é a distância do ponto final de b até o “plano” Im(A).

**Exercício 6:** Considere o MRLM sob a suposição de normalidade.

Obtenha o EMV de (β⊤,σ2)⊤ e sua distribuição assintótica.

Os parâmetros β e σ2 são ortogonais?

**Exercício 7:** Considere o MRLM sob a suposição de normalidade.

Mostre que β^ e SQRes são independentes.

= Axy

SQRes = yT(In – H) y

(In – H) x = 0

xT (In – H) = 0

y ~Nn(x)

(xTx) -1 xT= (xTx) -1 xT (In – H)

\*São independentes.

**Exercício 8:** Provar o resultado do exercício anterior usando o teorema de Basu.

Seja T uma estatística suficiente e completa para θ. Então T e estatisticamente independente de qualquer estatística ancilar.

y ~Nn (x)

T = x

S = não depende do parâmetro

**Exercício 9:** Considere o MRLM de intercepto nulo. Reescreva-o usando a notação matricial, obtenha a distribuição das somas de quadrados correspondentes e a tabela de ANOVA.

**Exercício 10:** Faca um ensaio sobre os critérios de informação AIC e BIC. Apresente ao menos um exemplo de utilização, constando o respectivo ajuste e implementação (em qualquer software de interesse), no contexto de modelos de regressão lineares.